https://doi.org/10.29201/peipn.v11i21.370

volumen XI, núm. 21, julio-diciembre, 2015, pp. 27-52

ANÁLISIS DE LA DESCOMPOSICIÓN DE CAMBIOS EN ALGUNOS INDICADORES DE BIENESTAR: MÉXICO 2006-2010

Leobardo Plata-Pérez*
Judith Rosas-Méndez**

(Recibido: abril, 2015/Aceptado: octubre, 2015)

Resumen

Los indicadores de bienestar dependen de diversos factores variables cada uno. Usando el valor de Shapley, de la teoría de juegos cooperativos, medimos la importancia de cada factor en los cambios de un determinado índice de bienestar. Aplicamos la técnica para los casos específicos de medidas de desarrollo humano y de pobreza con datos de México en 2006-2010.

Palabras clave: indicadores de bienestar, valor de Shapley, medición de importancia de factores, cambios en pobreza, IDH Rawlsiano.
Classification JEL: D71, I15, I25, I32.

Abstract

Indicators of welfare depends on several variable factors each. By using the Shapley value of cooperative game theory, we measure the importance of each factor in the changes of a particular index of welfare. We apply the

---

* Facultad de Economía, UASLP. San Luis Potosí, México. Correo eléctronico: <lplata@uaslp.mx>.
** Facultad de Economía, UASLP. San Luis Potosí, México. Correo eléctronico: <judith.ross.m@hotmail.com>.

technique to the specific cases of measures of human development and poverty in Mexico with data from 2006 to 2010.

Keywords: Indicators of welfare, Shapley value, measuring importance of factors, changes in poverty, Rawlsian HDI.
JEL Classification: D71, I15, I25, I32.

1. Introducción

El bienestar social es un concepto asociado a factores que puedan garantizar una buena calidad de vida de los individuos. Hay una diversidad de indicadores de bienestar que van desde el PIB per cápita hasta los modernos índices para medir igualdad de oportunidades. En este trabajo nos concentramos en indicadores de desarrollo humano y en indicadores de pobreza. Concretamente, analizamos el IDH y una variante Rawlsiana. Para el caso de pobreza usamos el índice de Sen y la familia FGT. Nos concentramos en los cambios entre los años 2006-2008 y 2008-2010 para el caso de México.

En el trabajo de Sen (1976) se construye un índice de pobreza que depende de tres factores que se pueden asociar con la línea de pobreza (H), la cual determina el ingreso a partir del cual se clasifican los pobres y no pobres, la desigualdad del ingreso de los pobres medida a través del índice de Gini (G) y el alejamiento respecto de la línea de pobreza (I). En el trabajo de Chávez, González y Villarreal (2010) se realiza una medición de la influencia de cada uno de los tres factores cuando hay un cambio en el índice de pobreza entre dos periodos de medición, la metodología para medir este cambio se basa en la descomposición propuesta por Shorrocks (1999) y Shorrocks y Kolenikov (2005) usando técnicas provenientes de los juegos cooperativos, en particular el valor de Shapley.

Esencialmente, la técnica consiste en formar un juego cooperativo definiendo una valoración del cambio para cada subconjunto de factores. Es decir, si el subconjunto de factores es S, calculamos la diferencia entre el índice calculado cuando se mueven los factores de S y los demás permanecen fijos, y el índice del periodo base cuando todos los factores son fijos. La diferencia se puede interpretar como el cambio inducido por la coalición S. El valor de Shapley se utilizará para encontrar la solución de este juego cooperativo, la cual nos dará una valoración de los pesos de los factores, ya que el valor de Shapley da una descomposición del cambio total como la suma de pesos, valoraciones de poder de cada uno de los jugadores o pesos de los factores en nuestra interpretación.

El trabajo se desarrollará de la siguiente manera: en la primera sección se presenta el concepto de juego cooperativo en forma de función característica y la solución propuesta por Shapley (1953) que nos permite calcular la contribución de cada uno de los factores al cambio total. La segunda sección explica de forma general algunos indicadores de bienestar, esencialmente lo que usamos en el trabajo. En la tercera sección, se aplica la técnica de Shorrocks y Kolenikov para medir los pesos del cambio de los factores.

2. Juegos en forma de función característica y valor de Shapley

La teoría de juegos tiene como función principal explicar o proporcionar un fundamento sobre el comportamiento de los agentes que se encuentran bajo un problema de decisión en un marco de incentivos. Para modelar un juego en el cual existe un número de jugadores que cuentan con un conjunto de problemas y a los cuales se les pretende dar un conjunto de soluciones, además, tienen la libertad de decir si se negocia una alianza o coalición con otros jugadores y de antemano conocen las reglas y el beneficio que recibirán de dicha alianza. La notación que se utiliza es la siguiente:

- $N = \{1,2,\ldots,n\}$: conjunto de jugadores.
- $S \quad N$: Subconjuntos de S en N son las coaliciones y a la unión de todos los jugadores, N, se le llama la gran coalición. De tal manera que se denotará la cardinalidad de un conjunto con la letra minúscula, por ejemplo: $|N| = n$ y $|S| = s$. En general tenemos 2^n coaliciones, así que se le llamará conjunto potencia, por lo tanto: $2^N = \{S \mid S \quad N\}$; $|2^N| = 2^n$.

Definición 1. Un juego de n personas en forma de función característica es un par (N,v), donde $N = \{1,2,...,n\}$ es el conjunto de jugadores y v es una función.

$$v:\ 2^N \rightarrow \mathbb{R}\ tal\ que\ v\,(\emptyset) = 0$$

Si $S \quad N$ es una coalición y v un juego entonces $v\,(S) \in \mathbb{R}$ se interpreta como la valía que obtienen los elementos de S si deciden jugar unidos.

Dado que N es fijo, a partir de aquí un juego se expresará sólo por su función característica v.

El conjunto de todos los juegos sobre N se denotará por:

$$G = \{v : 2^N \to \mathbb{R} \,|\, v(\emptyset) = 0\}$$

De hecho, este conjunto de juegos con $N = \{1,2,...,n\}$ forma un espacio vectorial, sobre el campo de los números reales con las operaciones:

$$(v_1 + v_2)(S) = (v_1)(S) + (v_2)(S) \text{ para todo } v_1, v_2 \in G$$

$$(\lambda v) = \lambda \cdot v(S) \text{ para todo } v \in G \; y \; \lambda \in R$$

una solución es una función:

$$\varphi : G \to \mathbb{R}^n$$

así que $\varphi_i(v) \in \mathbb{R}^n$ será un vector de pagos donde i-ésima coordenada denota el pago al jugador i en el juego v. También el conjunto de soluciones R^n es un espacio vectorial.

La cooperación siempre debería traer consigo algún tipo de beneficio adicional de que se hubiera obtenido sin necesidad de cooperar, en la realidad el hecho de que se superen los beneficios individuales es muy frecuente y hasta cierto punto deseable.

No todas las soluciones axiomáticas son buenas, se desea que este operador ϕ satisfaga una serie de axiomas deseables y demostrar que es el único operador que los satisface. Lloyd Shapley (1953), resolvió este enigma y partió de propiedades deseables de ϕ, de manera que no se pierde la ventaja de dar solución a un juego en particular; de tal forma que los jugadores aceptan simples condiciones elementales.

Definición 2. Por una solución φ sobre G se entenderá un operador $\varphi : G \to R^n$

Shapley propuso cuatro axiomas para encontrar el operador que de solución al conjunto de problemas y además que sea la única manera posible.

Axioma 1. (Aditividad) $\varphi(v_2+v_2) = \varphi(v_1)+\varphi(v_2)$ para todo v_1, v_2 G.

De forma que como definición se tiene v_1+v_2, lo que se obtiene de la coalición del juego suma y es exactamente el resultado de la suma de cada uno en los juegos originales.

Al conjunto de permutaciones se define como $S_n = \{\theta\colon N \rightarrow N|\theta$ es biyectiva$\}$ φ es simétrica si $\theta \in S_n$ y $S \quad N$, entonces $\theta(S) = \{\theta\,(i)|i \in S\}$. De manera que cada $\theta \quad S_n$ es un intercambio de papeles en el juego, de forma particular i tomará el lugar del jugador $\theta(i)$.

Axioma 2. (Simetría) $\varphi\,(\theta \cdot v) = \theta \cdot \varphi(v)$ para todo $v \quad G$ y para todo $\theta \quad S_n$, donde el juego $\theta \cdot v \quad G$ se define como

$$(\theta \cdot v)(S) = v(\theta^{-1}(S))$$

para cada $S \quad N$

Este axioma pide que el vector de pagos asociado a un nuevo juego, sea la permutación correspondiente al juego original, así que si los jugadores intercambian papeles también deben intercambiar pagos, por lo que no depende de los atributos personales de cada jugador.

Axioma 3 (Eficiencia), φ se dice eficiente $\sum_{i \quad N} \varphi_i\,(v) = v\,(N)$ para todo $v \quad G$

Esto significa que el monto que se reparte entre los jugadores bajo φ sea exactamente el monto $v\,(N)$ que puede conseguir en la gran coalición.

Un jugador $i \quad N$ se dice nulo si $v\,(S \cup \{i\}) = v\,(S)$ para todo $S \quad N$.

Axioma 4 (Nulidad), Si $i \quad N$ es un jugador nulo en $v \quad G$, entonces $\varphi_i\,(v) = 0$ para todo $v \quad G$.

Este axioma indica que si alguien que sólo juegue en un papel de observador del juego, debe ser excluido de la repartición.

Teorema 1 (Shapley, 1953), existe un único operador $Sh\ G \quad R^n$ que satisface los axiomas de aditividad, simetría, eficiencia y nulidad; y está dado por:

$$Sh_i(v) = \sum_{\substack{S \subseteq N \\ i \notin S}} \frac{s!\,(n-s-1)!}{n!}[v(S \cup \{i\}) - v(s)]$$

Esta solución indica que es un trato razonable para cada uno de los jugadores implicados.

Así que el valor de Shapley que se asigna a cada jugador es una media ponderada de las contribuciones marginales de ese jugador a las coaliciones a las que se agrega.

Considerando que el valor de Shapley es una media ponderada de las contribuciones marginales, un mecanismo diferente para encontrar, este valor hace uso de la idea Rawlsiana del velo de la ignorancia. Supóngase que a los jugadores no se les han asignado identidades, lo cual es como si estuvieran a la expectativa o incertidumbre, por lo tanto ignoran su papel pero conocen que en determinado tiempo tendrán un papel que jugar. Supongamos que los papeles a jugar se asignan aleatoriamente. Lo que Shapley hace es identificar el papel de un jugador con la posición de ese jugador con una ordenación aleatoria de todos los jugadores. El valor de Shapley del jugador i, Sh_i es el valor esperado del producto marginal del jugador i en una ordenación aleatoria de todos los jugadores.

3. Algunos indicadores de bienestar

En esta sección explicamos los tres indicadores de bienestar que aplicamos y descomponemos por factores en la siguiente sección.

3.1. Índice de desarrollo humano (IDH)

El desarrollo humano involucra la capacidad de ampliar las oportunidades de los individuos así como el nivel de bienestar, por lo tanto, es deseable que las personas gocen de una existencia sana y duradera, obtengan el acceso al conocimiento, y tengan recursos materiales suficientes. De tal manera la ONU creo en 1990 el índice de desarrollo humano como reconocimiento de que el PIB per cápita no considera, la plenitud del desarrollo humano. El IDH añade dimensiones deseables: longevidad, conocimiento y niveles de decencia de vida.

Por un lado, la longevidad es la esperanza de vida al nacer, tiene una relación directa con la buena salud y nutrición, los conocimientos se refieren a la tasa de alfabetización y por último, los niveles decentes de vida que está relacionado con el ingreso por persona. De esta manera, el IDH es una medida de desarrollo humano que mide las tres dimensiones antes mencionadas.

Su clasificación se encuentra como:
DH alto ($IDH \geq 0,8$)
DH medio ($0,5 \leq IDH < 0,8$)
DH bajo ($IDH < 0,5$)

El cálculo es un promedio de los índices de los componentes, así que el índice del componente se calcula como:

$$índice\ del\ componente = \frac{valor\ real - valor\ mínimo}{valor\ máximo - valor\ mínimo}$$

Los componentes son:

1. Cálculo del índice de esperanza de vida (IS): este índice mide los logros relativos de un país en cuanto a la esperanza de vida al nacer.
2. Cálculo del índice de educación (IE): el índice de educación mide el progreso relativo a un país en materia de alfabetización de adultos y la combinación en educación primaria, secundaria y preparatoria. Primero se calcula el índice de adultos y posteriormente el índice de combinación, después se combinan ambos índices para crear el índice de educación, considérese que se le asigna una ponderación de dos terceras partes a la alfabetización de adultos y una tercera parte a la combinación del resto de la educación.
3. Cálculo del índice del PIB (IY): éste se calcula utilizando el PIB per cápita ajustado (PPA).

Al obtener los diferentes índices, el IDH que propone la ONU se obtendrá como:

$$IDH = \frac{1}{3}IS + \frac{1}{3}IE + \frac{1}{3}IY$$

Un índice alternativo del IDH sería el IDH Rawlsiano que postula una concepción alternativa a la justicia utilitarista del IDH. La teoría de la Justicia (Rawls, J., 1971) considera principios de igualdad donde las personas se desempeñan, es un papel de imparcialidad pues se encuentran en una posición que garantiza el velo de la ignorancia, por lo que no tienen conocimientos particulares que sobresalgan de los demás, ya que Rawls considera la justicia desde el punto de vista equitativo.

El método de Rawls tiene la característica de que su nivel crece si, y solamente si, su variable de menor nivel se incrementa. Si Y es la variable de menor valor, incrementos de IE y IS no aumentan el índice, éste sólo sube hasta que lo haga IY. Esto contrasta con el IDH en el cual experimenta un incremento si cualquiera de sus componentes se incrementa. El índice Rawlsiano se puede usar también para clasificar países o regiones induciendo una ordenación de las mismas.

3.2. La familia de Foster, Greer y Thorbecke (FGT)

El nombre del indicador FGT es en honor a sus autores James Foster, Joel Greer y Erik Thorbecke (1984), el cual enfatiza el grado de hostilidad a la pobreza. El índice se define como:

$$FGT_\alpha = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{q}\left(\frac{z-y_i}{z}\right)^\alpha$$

donde:

z = línea de pobreza
y_i = ingreso de los pobres
n = población total
q = población pobre
α = parámetro que indica la aversión a la pobreza

La distancia a la línea de pobreza mediante el parámetro α, de manera que α indica la aversión a la pobreza, cuando:

$\alpha = 0$ no satisface axiomas de dominancia (*FGT=H*), que es el porcentaje de la población por debajo de la línea de pobreza.
$\alpha = 1$ satisface axiomas de monotonicidad y se refiere a la magnitud de la pobreza.
$\alpha = 2$ satisface axiomas de transferencia, el *FGT* será más sensible a las carencias de los grupos más pobres.
$\alpha = 3$ satisface axiomas de sensibilidad a transferencias.
Si α ∞, sólo es relevante la condición del más pobre.

Este indicador toma valores en el rango [0,1] donde 0 significa ausencia de pobreza; 1 significa pobreza máxima. Se representa de la siguiente manera:

$$FGT_\alpha = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{q}\left(\frac{z-y_i}{z}\right)^\alpha$$

Sin embargo, este indicador también puede expresarse como:

$$FGT_2 = H\left[I^2 + (1-I)^2 C_p^2\right]$$

donde:

H = proporción de pobres y se expresa:

$$\frac{q}{n}$$

I = brecha media de ingresos y se expresa de la siguiente manera:

$$I = \frac{1}{q}\sum_{i=1}^{q}\left(\frac{z - y_i}{z}\right) = \frac{z - y}{z}$$

y = ingreso medio de los pobres.

C_p^2 = es el coeficiente de variación al cuadrado y se expresa.

$$C_p^2 = \frac{V}{\mu^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \mu)^2}{n\mu^2}$$

μ = ingreso medio

El coeficiente de variación se ha utilizado ampliamente en la medición de la desigualdad económica de un país, ya que es una medida estadística de dispersión que se utiliza para comparar dispersiones de dos poblaciones diferentes.

El *FGT* cumple con axiomas relevantes como:

Axioma 5 (Monotonicidad), la reducción del ingreso de los pobres debe incrementar el valor del índice.

Axioma 6 (Transferencias), el indicador de pobreza debe crecer si el ingreso de un pobre disminuye, aun así simultáneamente se produce un aumento de ingreso en el mismo monto para una persona más rica.

Índice de Sen

De acuerdo con Sen (1976) la pobreza basada en el ingreso consiste en calcular el ingreso mínimo necesario para satisfacer las necesidades básicas y éste será la base o línea de pobreza (H) para constituir a un pobre, por lo tanto los pobres serán identificados como aquellos cuyo ingreso sea inferior a dicha línea. Sin embargo, el concepto de pobreza tiene que ver también con la desigualdad del ingreso entre los pobres (G) y de alguna manera, el alejamiento de la línea de pobreza (I).

A partir del número que representa la proporción de pobres (q), se define:

$$S = H\,[I + (1 - I)G]$$

donde:

H = proporción de pobres y se expresa:

$$\frac{q}{n}$$

I = brecha media de ingresos y se expresa de la siguiente manera:

$$I = \frac{1}{q}\sum_{i=1}^{q}\left(\frac{z - y_i}{z}\right) = \frac{z - y}{z}$$

donde:

z = línea de pobreza
y = ingreso medio de los pobres
G = índice de Gini de los pobres y que lo representaremos como:

$$G = \frac{1}{n}\left[n + 1 - 2\frac{\sum_{i=1}^{n}(n + 1 - i)x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i}\right]$$

Cuando $G = 0$, la medida se reduce a $S = HI$. Con H, como el índice que mide la proporción de las personas que se encuentran bajo la línea de pobreza.

El índice de Sen tiene axiomas relevantes, los cuales son:

Axioma 7 (Enfoque), es independiente de los ingresos de los hogares o individuos que se encuentran por encima de la línea de pobreza.

Axioma 8 (Monotonicidad), es la reducción del ingreso de los pobres debe incrementar el valor del índice.

Axioma 9 (Transferencias), es la transferencia de una persona que se encuentra debajo de la línea de pobreza a una de mayor ingreso deberá incrementar el índice de pobreza.

4. Medición de factores y los cambios en los indicadores

En esta sección se realiza la aplicación de la técnica que utilizó Shorrocks y Kolenikov (2005) mediante el valor de Shapley para medir el peso de cada factor, ante cambios, en cada uno de los indicadores de bienestar especificados en la sección anterior.

De manera general la técnica se representa como *I* que es el indicador estudiado y se encuentra en función de *n* factores:

$$I = f\,(x)$$

El indicador está compuesto por *N* factores y se expresa como:

$$I = f\,(x^1, x^2, \dots, x^n)$$

donde *I* representa cualquiera de los diferentes indicadores que se analizará más adelante, y *S* son los subconjuntos o coaliciones de $N = \{1,2,\dots,n\}$.

$$S \subseteq N$$

De esta manera, la contribución de la coalición *S* al cambio se expresará como:

$$v(s) = I\left(x_s^1, x_{n\setminus s}^0\right) - I(x_s^0, x_{n\setminus s}^0)$$

donde x_s^1 representa el valor del factor de la coalición en el tiempo final y x_s^0 el valor del factor de la coalición en el tiempo inicial y, $x_{n\setminus s}^0$ representa el valor inicial de los factores que no se encuentran en la coalición estudiada.

Hemos definido un juego cooperativo $v\,(s)$, a partir del índice *I*. La aplicación del valor de Shapley al juego *v* genera la descomposición que buscamos. El peso del factor x_i es justamente el valor de Shapley del jugador *i* en el juego *v*.

Así que partiendo de la solución propuesta por Shorrocks (1999) a continuación se presentan los cambios de los factores y su peso para los indicadores antes mencionados.

3.3. Descomposición para el IDH e IDH Rawlsiano

El índice de desarrollo humano se encuentra entre los indicadores más estudiados en la medición del bienestar social. El Programa de las Naciones

Unidas para Desarrollo es uno de los más interesados en desarrollar este índice a nivel país. Por lo tanto los datos que se obtendrán para la búsqueda del valor de Shapley del IDH serán los proporcionados por este organismo de la ONU. Por lo tanto, partiendo de la solución propuesta por Shorrocks (1999) y anteriormente explicada, se presentaran los cambios de los factores del IDH, por lo que se expresa de la siguiente manera:

N: factores o jugadores.
$S \quad N$: coaliciones que se forman con los factores.

Esto depende de las variables:

$$IDH = IDH(IS, IE, IY)$$

donde:

$IDH\ (IS^0, IE^0, IY^0)$ = observación inicial
$IDH\ (IS^1, IE^1, IY^1)$ = observación final

$v(s) = IDH(x_s^1, x_{n\backslash s}^0) - IDH(x_s^0, x_{n\backslash s}^0)$ es la contribución de la coalición s al cambio.

Una vez explicada la metodología que se usará, se citará a continuación la información de la cual se obtendrán los resultados en el cuadro 1. Éstos provienen del Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo ya que se ha interesado en medir el desarrollo, de sus 193 países miembros, de esta manera se obtiene los datos de cada componente:

Cuadro 1
Componenetes de desarrollo humano

Año	IDH	I. Salud	I. Educación	I. PIB per cápita
2011	0.7628	0.8990	0.6899	0.6997
2010	0.7460	0.8971	0.6561	0.6849
2007	0.8540	0.8500	0.8860	0.8260
2005	0.8290	0.8430	0.8630	0.7810
2003	0.8140	0.8300	0.8500	0.7500

Fuente. PNUD.http: //hdr.undp.org/es/estadisticas/idh/.

A continuación se presenta la descomposición para ver más de cerca qué componente tiene mayor relevancia en el índice. Por lo tanto, se buscará el cambio marginal para cada uno y establecer su importancia, lo cual surgirá por medio del valor de Shapley. Ahora se buscará esta variación de acuerdo a la técnica que utilizó Shorrocks, de tal manera que se visualizará el cambio histórico a partir del 2003 hasta el 2011, además permanecerán constantes aquellos jugadores que están fuera de la coalición.

Los jugadores se denotan de la siguiente manera:

{1}: índice de salud (*IS*).
{2}: índice de educación (*IE*).
{3}: índice del PIB per cápita (*IY*).

Los cambios que posteriormente se convertirán en las valías de cada componente que a partir de este momento se les llamarán jugadores, por lo que se tiene el siguiente desarrollo:

$$v(\{1\}) = [(IS_1 + IE_0 + IY_0) - (IS_0 + IE_0 + IY_0)] * \frac{1}{3}$$
$$v(\{2\}) = [(IS_0 + IE_1 + IY_0) - (IS_0 + IE_0 + IY_0)] * \frac{1}{3}$$
$$v(\{3\}) = [(IS_0 + IE_0 + IY_1) - (IS_0 + IE_0 + IY_0)] * \frac{1}{3}$$
$$v(\{1,2\}) = [(IS_1 + IE_1 + IY_0) - (IS_0 + IE_0 + IY_0)] * \frac{1}{3}$$
$$v(\{1,3\}) = [(IS_1 + IE_0 + IY_1) - (IS_0 + IE_0 + IY_0)] * \frac{1}{3}$$
$$v(\{2,3\}) = [(IS_0 + IE_1 + IY_1) - (IS_0 + IE_0 + IY_0)] * \frac{1}{3}$$
$$v(\{1,2,3\}) = [(IS_1 + IE_1 + IY_1) - (IS_0 + IE_0 + IY_0)] * \frac{1}{3}$$

Una vez definido el juego *v*, calculamos ahora el juego para diferentes observaciones: 2003-2005, 2005-2007, 2007-2010, 2010-2011.

A partir de los resultados obtenidos por los cálculos anteriores se busca el valor de Shapley, cuadro 2, cuya solución es:

Cuadro 2
Valor de Shaplay

Sh_i	$\varphi i\,(v)_{2003-2005}$	Sh_i	$\varphi i\,(v)_{2005-2007}$
IS	0.00433	*IS*	0.00233
IE	0.00433	*IE*	0.00767
IY	0.01033	*IY*	0.01500

Sh_i	$\varphi i\,(v)_{2007-2010}$	Sh_i	$\varphi i\,(v)_{2010-2011}$
IS	0.01570	*IS*	0.00063
IE	−0.07663	*IE*	0.01127
IY	−0.04703	*IY*	0.00493

Fuente: elaboración propia.

Nótese que $\varphi i = v\,(\{i\})$ el pago o contribución del factor *i* y no la valía de la coalición. Ello se debe, como se dijo antes, a que el indicador IDH es aditivo y las contribuciones coinciden con la valía.

El resultado obtenido es importante pues se puede observar que el índice de salud fue el de mayor cambio positivo en el IDH, se podría decir que los servicios de salud mejoraron en cuanto la atención de cada uno de los derechohabientes sino que también aumentó la población que contaba con servicios de salud pues la esperanza de vida aumentó, esto de acuerdo al valor que indica el índice de salud; contrariamente el índice de educación presentó mayores oscilaciones en los años estudiados, pues no sólo fue el de mayor cambios en los años 2005-2010 lo cual implica decir que a simple vista los resultados fueron importantes pues no sólo hubo un incremento en el poder para el cambio durante 2005-2007 sino también un decrecimiento importante de 2007 a 2010. Lo que es importante mencionar es que ese significativo decrecimiento en los índices en los años 2007-2010 se debe a la reducción del IDH de 0.8540 a 0.7460, obteniendo la diferencia en estos años existe un cambio total del -0.1080 y se descompone como un incremento de 0.01570 en salud, y decrementos de -0.07663 en educación y -0.04703 en el PIB per cápita, básicamente se le podría atribuir a la crisis financiera del 2008, pues a pesar de que las familias contaban con servicios de salud no obtuvieron el ingreso necesario para satisfacer sus necesidades básicas sino que también existió una deserción estudiantil en esos años ya que las familias se encuentran bajo la decisión de satisfacer sus necesidades inmediatas como la alimentación a seguir destinando lo poco de sus ingresos a la capacitación de los miembros de la familia. Se pudo ver que la crisis influyó de forma significativa no sólo en el IDH sino también en las decisiones de las familias y cómo actúan en tiempo de crisis.

Es importante ver que la descomposición muestra varios aspectos importantes, como la salud se encuentra estable y en buenas condiciones al menos en la esperanza de vida al nacer, por otro lado, el ingreso influyó pero no de la manera en que se creía, pensando que era lo único importante y a lo que se debía prestar más atención en una nación, los resultados indican que es importante pero que es mucho más importante y transcendente la educación. Hay que recordar que este índice muestra sólo los años de matriculación y no la calidad, por lo que no sólo se debe invertir en que más niños y jóvenes tengan oportunidad de ir a la escuela sino que sea de calidad pues poco se lograría que todos contarán con educación si en el largo plazo no fueran competitivos al buscar ofertas laborales.

El nuevo enfoque es el IDH Rawlsiano que será a través del índice:

$$I(IE, IS, IY) = mín\{IE, IS, IY\}$$

De manera que para encontrar las varias de cada jugador se seguirá el siguiente desarrollo, y luego se muestra el valor de Shapley, cuadro 3.

$$v(\{1\}) = mín(IS_1 + IE_0 + IY_0) - mín\,(IS_0 + IE_0 + IY_0)$$
$$v(\{2\}) = mín(IS_0 + IE_1 + IY_0) - mín\,(IS_0 + IE_0 + IY_0)$$
$$v(\{3\}) = mín(IS_0 + IE_0 + IY_1) - mín\,(IS_0 + IE_0 + IY_0)$$
$$v(\{1,2\}) = mín(IS_1 + IE_1 + IY_0) - mín\,(IS_0 + IE_0 + IY_0)$$
$$v(\{1,3\}) = mín(IS_1 + IE_0 + IY_1) - mín\,(IS_0 + IE_0 + IY_0)$$
$$v(\{2,3\}) = mín(IS_0 + IE_2 + IY_1) - mín\,(IS_0 + IE_0 + IY_0)$$
$$v(\{1,2,3\}) = mín(IS_1 + IE_1 + IY_1) - mín\,(IS_0 + IE_0 + IY_0)$$

Cuadro 3
Valor de Shapley para el método anterior

Sh_i	$\varphi_i(v)_{2003-2005}$	Sh_i	$\varphi_i(v)_{2005-2007}$
IE	0	IE	0
IS	0	IS	0
IY	0.0310	IY	0.0450

Sh_i	$\varphi_i(v)_{2007-2010}$	Sh_i	$\varphi_i(v)_{2010-2011}$
IE	0	IE	0
IS	−0.09935	IS	0.0288
IY	−0.07055	IY	0

Fuente: elaboración propia.

Estos resultados son muy interesantes desde el punto de vista de la toma de decisión por lo que hay que destacar la poca importancia que mediante este método tiene el componente de salud en el cambio del IDH, así que es muy interesante mencionar que México es el país de la OCDE que menor presupuesto le asigna a este rubro, a pesar de que son múltiples y complejos los retos que presenta, la ampliación en la cobertura ha sido importante, al menos en cuanto al rezago social, así que de estos siete años presentados, la salud en el país ha sido estática, lo cual implica que el poco o mucho presupuesto no ha tenido mucho impacto ni de forma positiva ni negativa.

Por otro lado, el cambio positivo en el índice 2003-2007 fue gracias al ingreso, ya que fue el único componente que aportó el cambio de manera que los otros componentes se convirtieron en jugadores nulos; sin embargo, el índice sufrió una caída en el 2007-2010 y la educación es la que sufrió más ese cambio y después el ingreso, se podría considerar que en los años en cuestión el país se encontraba en crisis y de algún modo las familias reaccionaron ante esta situación por lo que en primera instancia se procura satisfacer las necesidades básicas, y la primera de ellas es la alimentación, de forma que todo el ingreso que aún las sostenían fue transferido a la alimentación.

Sin embargo, para 2010-2011 existe una pequeña recuperación y fue gracias a la educación, de alguna manera habría que darle un poco de crédito a la aprobación del gasto en función de educación de 511 mil 540.68 mdp, pero aun así se muestra como insuficiente, sin embargo lo que sería de mucha importancia en decisiones futuras de parte del Ejecutivo sería intervenir en la parte del ingreso, este componente debería incrementar en años futuros pues un mejor salario abriría un sin fin de posibilidades tanto en el área de salud como de educación. Ahora es importante aumentar el ingreso y hacerlo a la par con la competitividad de los estudiantes.

3.4. Descomposición del índice de pobreza FGT

El FGT mide la incidencia, intensidad y desigualdad esto dependiendo del valor que se le asigne a α; es este caso en particular sólo se busca la desigualdad en México, de manera que el valor de $\alpha = 2$. Este valor de α se relaciona con la severidad de la pobreza. Además crece si el ingreso de un pobre disminuye pues cumple con el axioma de transferencias que se interesa por la distribución del ingreso de los pobres.

La información que se utilizará para este índice es el ingreso corriente total promedio trimestral per cápita, el cual se obtuvo de la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares 2010, se encuentra dividida por deciles de personas. Pues generalmente se ha pensado que el ingreso de una persona lo separa o lo acerca a la pobreza. Para comenzar, es simple ver que con el paso de los años el ingreso de las personas ha disminuido, sin embargo también hay que ver que el Gini no necesariamente ha seguido el mismo curso, veamos los resultados que arroja el FGT_2 con la información del cuadro 4.

Cuadro 4
Ingreso corriente total promedio trimestral per cápita

Déciles de personas	Año de levantamiento		
	2006	2008	2010
Ingreso corriente total	**10 278**	**9 933**	**9 021**
I	1 634	1 501	1 442
II	2 889	2 646	2 628
III	3 849	3 615	3 552
IV	4 818	4 593	4 433
V	5 843	5 685	5 404
VI	7 162	7 004	6 589
VII	8 813	8 699	8 117
VIII	11 317	11 172	10 350
IX	16 106	15 691	14 344
X	40 349	38 722	33 347
Coeficiente de Gini	0.478	0.481	0.46

Fuente: www.inegi.org.mx ENIGH (a precios constantes 2010).

Los tres años presentan una trayectoria similar después de cuatro años, de forma general significa que los ingresos desde el 2006 no han cambiado significativamente sino que siguen un mismo comportamiento. Por otro lado se encuentra la canasta básica alimentaria (CBA), la cual se conoce como el conjunto de alimentos que contiene las cantidades suficientes para satisfacer las necesidades de calorías de un hogar. El valor de ella define la línea de pobreza mediante la cual en términos generales distingue a la población pobre de la no pobre; la canasta básica no alimentaria (CBNA) contiene aquellos servicios que debería incluir el gasto de un hogar.

Considerando que el FGT está basado en la línea de pobreza, se tomarán los datos de la línea de bienestar económico la cual contiene a la canasta alimentaria y no alimentaria, esta decisión es porque no sólo se considera a la pobreza como la insuficiencia de ingreso para cubrir las necesidades alimentarias sino también la cobertura de bienes y servicios que implicarían no sufrir carencias sociales, de forma que se tomaron los datos que presenta CONEVAL del mes de agosto de cada año en cuestión, cuadro 5.

Cuadro 5
Línea de bienestar económico

Ámbito	**2006**	**2008**	**2010**
Rural	1 070.57	1 203.54	1 330.50
Urbana	1 732.59	1 923.76	2 120.04

Fuente: www.coneval.gob.mx.

Los datos que se tomaron para calcular la desigualdad en México son los del área urbana en sus respectivos años. En primera instancia, se obtuvo el valor del indicador FTG_2, los cuales son los siguientes en sus respectivos años:

Año	FTG_2
2006	0.0740
2008	0.1022
2010	0.1252

Básicamente, el FGT_2 ha aumentado de intensidad en los años mencionados lo cual implica que el grado de la fuerza de pobreza fue mayor en el 2010 que en 2008, por lo tanto, la distribución de los ingresos entre los pobres es mayor en el 2010 que en 2006. Para formar el juego cooperativo v, recordemos que sus jugadores son los factores del índice FGT_2, el cual se expresa de la siguiente manera:

$$FGT2 = H\left[I^2 + (1 - I)^2 \, C_p^2\right]$$

En este caso los jugadores son:

{1} = índice de recuento (H).
{2} = brecha media de ingresos (I).
{3} = coeficiente de variación C_p^2 .

Los cambios convertirán en las varias de cada jugador. Éstos son los $v(S)$ donde S N.

$$S \subseteq \{H, I, C_p^2\}$$

De esta forma se tiene el siguiente desarrollo:

$$v(\{1\}) = H_1 \left[I_0^2 + (1 - I_0)^2 \, C_{p_0}^2\right] - H_0 \left[I_0^2 + (1 - I_0)^2 \, C_{p_0}^2\right]$$

$$v(\{2\}) = H_0 \left[I_1^2 + (1 - I_1)^2 \, C_{p_0}^2\right] - H_0 \left[I_0^2 + (1 - I_0)^2 \, C_{p_0}^2\right]$$

$$v(\{3\}) = H_0 \left[I_0^2 + (1 - I_0)^2 \, C_{p_1}^2\right] - H_0 \left[I_0^2 + (1 - I_0)^2 \, C_{p_0}^2\right]$$

$$v(\{1{,}2\}) = H_1 \left[I_1^2 + (1 - I_1)^2 \, C_{p_0}^2\right] - H_0 \left[I_0^2 + (1 - I_0)^2 \, C_{p_0}^2\right]$$

$$v(\{1{,}3\}) = H_1 \left[I_0^2 + (1 - I_0)^2 \, C_{p_1}^2\right] - H_0 \left[I_0^2 + (1 - I_0)^2 \, C_{p_0}^2\right]$$

$$v(\{2{,}3\}) = H_0 \left[I_1^2 + (1 - I_1)^2 \, C_{p}^2 \;\right] - H_0 \left[I_0^2 + (1 - I_0)^2 \, C_{p_0}^2\right]$$

$$v(\{1{,}2{,}3\}) = H_1 \left[I_1^2 + (1 - I_1)^2 \, C_{p_1}^2\right] - H_0 \left[I_0^2 + (1 - I_0)^2 \, C_{p_0}^2\right]$$

Realizando los cálculos pertinentes de cada componente se han obtenido los siguientes resultados:

	2006	2008	2010
H	0.4	0.5	0.5
I	0.3656	0.3748	0.4510
C_p2	0.1276	0.1636	0.1557

Ahora es importante ver a través del valor de Shapley de cada jugador en el cambio de cada uno de los años estudiados:

Sh_i	$\varphi i\,(v)2006\text{–}2008$	Sh_i	$\varphi i\,(v)2008\text{–}2010$
H	0.0195	H	0
I	0.0023	I	0.0243
C_p^2	0.0064	C_p^2	−0.0014

La valía que presentó cada jugador es interesante, ya que en primer lugar la proporción de la población que se encuentra debajo de la línea de pobreza fue la que aportó el mayor peso en 2006-2008, lo cual indica que el ingreso de los pobres y la desigualdad entre ellos no logró gran cambio, de forma general se puede decir que las personas que cruzaron el umbral de pobreza fue mayor, lo cual es interesante, anteriormente se mencionó que la pobreza alimentaria aumentó de 13.8% en 2006 a 18.2% en 2008, además que en cierto sentido se diría que el alejamiento a la línea de pobreza no presenta mucho peso pero la desigualdad entre ellos es interesante por lo que ocurrió en años posteriores.

De esta manera, en 2008-2010 la proporción de pobres no cambió en lo absoluto, de forma contraria el alejamiento de ellos a la línea de pobreza aumento, lo que quiere decir que el ingreso en estos años se volvió más insuficiente que años anteriores y no sólo eso sino que la desigualdad entre ellos fue menor.

3.5. Descomposición del índice de Sen

El índice de Sen mide la distribución de la desigualdad dentro de los pobres, este también se basa en la línea de pobreza así que de manera similar que el indicador anterior se utilizarán los datos de la ENIGH 2010. Los datos que se utilizarán de acuerdo con la tabla ingreso corriente total promedio trimestral per cápita.

La línea de pobreza presentada por CONEVAL del mes de agosto de cada año analizado se muestra en el cuadro 6.

Cuadro 6
Línea de bienestar económico

Ámbito	**2006**	**2008**	**2010**
Rural	1 070.57	1 203.54	1 330.50
Urbana	1 732.59	1 923.76	2 120.04

Fuente: www.coneval.gob.mx

De la misma manera, los datos tomados de la línea de bienestar económico son del área urbana. Por lo que haciendo los cálculos respectivos se obtuvo el valor del índice de Sen, y es el siguiente:

Año	SEN
2006	0.1968
2008	0.2589
2010	0.2867

Este índice indica que la pobreza fue mayor con el paso de los años, ya que desde 2006 a 2010 el índice incremento, lo que en términos generales significa que sus componentes fueron mayores. Ahora se obtendrán las valías de cada coalición. Para formar el juego cooperativo *v*, es necesario mencionar sus jugadores, de forma que el índice de Sen se expresa de la siguiente manera:

$$S = H\,[I + (1 - I)G]$$

De manera que los jugadores son los siguientes:

{1} = índice de recuento (*H*).
{2} = brecha media de ingresos (*I*).
{3} = índice de Gini de los pobres (*G*).

Una vez obteniendo esto se obtuvo el valor de cada jugador con el siguiente desarrollo:

$$\begin{aligned}
v(\{1\}) &= H_1\,[I_0 + (1 - I_0)G_0] - H_0\,[I_0 + (1 - I_0)G_0] \\
v(\{2\}) &= H_0\,[I_1 + (1 - I_1)G_0] - H_0\,[I_0 + (1 - I_0)G_0] \\
v(\{3\}) &= H_0\,[I_0 + (1 - I_0)G_1] - H_0\,[I_0 + (1 - I_0)G_0] \\
v(\{1,2\}) &= H_1\,[I_1 + (1 - I_1)G_0] - H_0\,[I_0 + (1 - I_0)G_0] \\
v(\{1,3\}) &= H_1\,[I_0 + (1 - I_0)G_1] - H_0\,[I_0 + (1 - I_0)G_0] \\
v(\{2,3\}) &= H_0\,[I_1 + (1 - I_1)G_1] - H_0\,[I_0 + (1 - I_0)G_0] \\
v(\{1,2,3\}) &= H_1\,[I_1 + (1 - I_1)G_1] - H_0\,[I_0 + (1 - I_0)G_0]
\end{aligned}$$

Realizando los cálculos pertinentes de cada componente se han obtenido los siguientes resultados, cuadro 7.

Cuadro 7
Resultado del juego cooperativo

	2006	2008	2010
H	0.4	0.5	0.5
I	0.3656	0.3748	0.4510
C_p2	0.1276	0.1636	0.1557

Fuente: elaboración propia.

De manera que ahora es importante ver el peso de cada jugador en el cambio de cada uno de los años estudiados, cuadro 8.

Cuadro 8
Resutados de la brecha de pobreza

Sh_i	$\varphi i\ (v)$2006-2008	Sh_i	$\varphi i\ (v)$2008-2010
H	0.0505	H	0
I	0.0033	I	0.0295
G	0.0084	G	−0.0017

Fuente: elaboración propia.

Estos valores presentan un panorama similar al índice anterior, ya que la proporción de población que dejó de satisfacer adecuadamente sus necesidades básicas fueron mayores en 2006-2008, esta proporción de pobreza es muy significativa ya que muchas familias más pasaron a ser pobres, comúnmente se escucha que la clase media está desapareciendo y sólo hay pobres o ricos, estos resultados pueden corroborar de alguna manera esto ya no se ha visto que disminuyan los pobres sino de manera contraria ha aumentado, y la desigualdad entre ellos es importante.

Sin embargo, para el cambio de los siguientes años de estudio se ve que la proporción de pobres no cambió pero si el alejamiento de ellos a la línea de pobreza y la disminución de la desigualdad de los pobres, por lo que en forma general se diría que los pobres no cambiaron pero sí presentaron una mejora, si es que se le puede llamar así, ya que en los mismos se ha concentrado menor desigualdad.

4. Conclusiones

Como se logró ver, la técnica heredada del valor de Shapley para medir pesos de factores en cambio de índices es muy importante desde el punto de vista de toma de decisiones ya que no sólo el ingreso es importante para mitigar la pobreza sino que la educación podría convertirse en la clave de ello, sin embargo, como se mencionó anteriormente, es de suma relevancia que sea de calidad, por lo que otra línea de investigación a partir de estos resultados sería interesante visualizar que aspecto influyó más en la educación, o en qué áreas geográficas o grados se presentó el mayor grado de deserción.

Por otro lado, es interesante ver que las decisiones que se tomaron para mejorar cierta variable fue correcta, por ejemplo se dejó de invertir en salud considerando que presentó una estabilidad y se le dio mayor importancia a la educación en una época muy importante, por lo que ahora es importante enfocarse en el área de ingreso, pues los índices posteriores dejaron ver que las familias cuentan con menor ingreso y que a la vez el valor de la canasta alimentaria y no alimentaria es mayor, por lo que se les ha imposibilitado mejorar su alimentación y pasar a formar parte de las familias que se encuentran bajo el umbral de pobreza y que además de las nuevas y las que ya se encontraban en dicha situación, cada vez se alejan un poco más de la línea de pobreza, lo que indica que no sólo hay más pobres sino que cada vez es más difícil que salgan de esta situación, a pesar de que su desigualdad cada vez es más homogénea pero más alejada de poder suplir todos los requerimientos nutrimentales que el cuerpo necesita y que además son deseables para llevar una vida no sólo saludable sino digna y de igualdad ante el resto de la sociedad.

Por lo que sería importante intervenir en apoyar a las familias a que sus integrantes tengan mayor educación y que sea de calidad, además de que su ingreso mejore, pero ¿de qué manera lograrlo?; aunque la respuesta no es simple, los medios no son sencillos y existen muchos factores externos que limitan las decisiones que se toman para realizar este encomiendo que la sociedad pide desesperadamente, una manera y la más frecuente es que se logre conseguir un empleo con mejores salarios y por supuesto exista estabilidad económica que no opaque sus ingresos, aunque es simple en palabras pero definitivamente no en hechos.

Sin duda, cada día la sociedad y los que tienen en su poder la toma de decisiones se enfrentan a numerosos retos que agravan la situación actual, pero es importante realmente intervenir en el campo que lo requiere con urgencia y no sólo destinar esfuerzos, sino también presupuesto y hacerlo en la medida de la importancia y el cambio que se conseguirá con ello, por lo que esta técnica se podría utilizar al menos para conocer de algún modo del campo al que se podría atacar inmediatamente, y como Isaac Newton dijo: ”Lo que sabemos es una gota de agua; lo que ignoramos es el océano”.

Referencias

CONEVAL, *Medición de la pobreza*: "Líneas de bienestar", marzo, 2012, disponible en: http://www.coneval.gob.mx.

Chávez, J.C.; S. H. González y P. H. Villarreal (2010). "Una aplicación de la teoría de juegos cooperativos a la descomposición de la pobreza en México", *Department of Economics and Statistics in its series*, Universidad de Guanajuato, pp. 35-62.

Datt, G. G. y M. Ravallion (1992). "Growth and redistribution components of changes in poverty measures: A descomposition with applications to Brazil and India in the 1980s", *Journal of Development Economics*, 38(2), pp. 275-295.

Ferguson, T. (2005). "Game Theory", University of California at Los Angeles. http://www.math.ucla.edu.

Foster, J.; J. Greer y E. Thorbecker (1984). "A class of Decomposable Poverty Measores", *Econometrica,* 62 (4), pp. 819-851.

Gardner, R (1999). *Juegos para empresarios y economistas.* Antoni Bosch editor, pp. 6-35.

INEGI, "Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares 2010: Evolución del ingreso de los hogares considerando diferentes definiciones del ingreso 2010", disponible en: http://www.inegi.org.mx.

Kolenikov, S. y A. Shorrocks (2005). "A descomposition analysis of regional poverty in Rusia", *Review of Development Economics*, 9(1), pp. 25-46.

Mancero, X. (2010). "Indicadores para la medición de la pobreza", CEPAL, disponible en: http://websie.eclac.cl.

Plata, L. y Hernández E. (2013). "Bienestar, crecimiento e internacionalización", Indicadores de Bienestar. Plata, Leobardo (2013) (editor) *Bienestar Social, Crecimiento e Internacionalización*, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México, pp. 21-56.

Plata-Pérez, L.; J. Sánchez-Pérez y F. Sánchez-Sánchez (2015). "An elementary characterization of the Gini Index". *Mathemathical Social Sciences,* 74, pp. 79-83.

"Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo", disponible en: http://www.undp.org.mx/.

Rawls, J. (1971). *A Theory of Justice*, Harvard University Press, pp. 17-180.

Sánchez-Pérez, J. (2010). Juegos Cooperativos y sus aplicaciones económicas, PERSPECTIVAS: *Revista de análisis de economía, comercio y negocios internacionales*, vol. 4(1), pp. 59-75.

Sen, A. (1976). "Poverty: An Ordinal Aproach to Measurement", *Econometrica,* 44, pp. 219-231.

Shapley, L (1953). *A Value for n-person games in Contribucions to the Theory of Games*, vol. 2, ed. by H. Kuhn, and A. Tucker. Princeton University Press, pp. 307-312.

Shorrocks, A. (1999). *Descomposition procedures for distributional analysis: A unified franework based on the Shapley value*, University of Essex, pp. 99-126.

Shorrocks, A. y Kolenikou (2005). "A Decomposable Analisis of Regional Poverty in Russia", *Review of Development Economics,* 9 (1), pp. 25-46.