https://doi.org/10.29201/peipn.v3i6.263

PANORAMA ECONÓMICO, Volumen III, No. 6,
enero-junio, 2008, pp. 95-117

EL MODELO VAR Y SUS PRINCIPALES PROBLEMAS

María de la Paz Guzmán Plata*
Pascual García Alba Iduñate**

RESUMEN

A casi tres décadas de existencia de los modelos VAR, es importante preguntarse cuáles son las objeciones esenciales a las que se ha enfrentado este tipo de modelos. Para dar respuesta a esta pregunta se desarrolla este trabajo de investigación cuyo objetivo es determinar las principales críticas a los modelos VAR. Para cumplir con dicho objetivo, se estudia el origen de los modelos VAR, se describe el planteamiento central de estos modelos y, por medio de la literatura sobre el tema, se encuentran las críticas fundamentales a dichos modelos.

Clasificación JEL: C52

Palabras clave: Modelos VAR, Forma Reducida, Forma Recursiva, VAR Estructural, Críticas

ABSTRACT

To almost three decades of existence of the VAR models, it is important to ask ¿what are the essential objections that have faced this type of models? To give

* Profesora e investigadora de la Universidad Autónoma Metropolitana, unidad Azcapotzalco. Correo electrónico: <mguz@correo.azc.uam.mx>.

** Profesor e investigador de la Universidad Autónoma Metropolitana, unidad Azcapotzalco. Miembro del SNI (nivel II). Correo electrónico: <pgarcia_alba@prodigy.net.mx>.

an answer to this question, it is made this work of investigation which object is determine the principal critiques to the VAR models. To reach the object, we have to study the origin of the VAR models, describe the central stating of these models and beneath the literature about the theme; we find the stating critiques to mention models.
JEL classification: C52
Keywords: VAR models, Reduced Form, Recursive Form, Structural VAR, Critiques

1. INTRODUCCIÓN

Christopher Sims (1980; 1982; 1986) propone un enfoque alternativo a los modelos de gran escala (modelos de ecuaciones simultáneas), puesto que éstos habían fracasado para realizar descripción de datos, pronóstico, inferencia estadística y análisis de política. Este enfoque alternativo conocido como Vectores Autorregresivos (VAR) prometía la solución a estos problemas. Sin embargo, a casi tres décadas de existencia de los modelos VAR, es importante preguntarse cuáles son las objeciones esenciales a las que se ha enfrentado este tipo de modelos. Para dar respuesta a esta pregunta se desarrolla el presente trabajo de investigación. El objetivo que se plantea es entonces, determinar las principales críticas hechas a los modelos VAR. Para cumplir con el objetivo propuesto, además de la presente, el trabajo se presenta en cuatro secciones. En la segunda sección, se estudia el origen de los modelos VAR. En la tercera sección, se desenvuelve el planteamiento central de los modelos VAR: la forma reducida, la forma recursiva, la función estímulo respuesta, la descomposición de la varianza, el VAR estructural y el problema de identificación. En la cuarta sección, se revisa la literatura sobre las principales objeciones a los modelos VAR. Por último, en la sección 5, se dan las conclusiones.

Es importante destacar que, aunque ha habido un fuerte crecimiento en la metodología VAR, principalmente con los modelos VAR Bayesianos (Robert

Litterman, 1986; Christopher Sims y Tao Zha, 1997 y 1999),[1] las críticas más severas de estos modelos recaen en el planteamiento central. Es por este motivo que, en este escrito sólo se estudia el desarrollo esencial de los VAR y se deja de lado las investigaciones teóricas que se extienden sobre este tipo de modelos.

2. ORIGEN DE LOS MODELOS VAR

Durante los primeros años de la segunda mitad del siglo XX, por lo regular los macroeconomistas realizaban trabajos de descripción, pronóstico, inferencia estadística y análisis de política utilizando el método de ecuaciones simultáneas[2] de manera significativa. Este método se llevó a cabo con grandes modelos de cientos de ecuaciones, los cuales representaban en forma simplificada el comportamiento de la economía en su conjunto. En este tipo de modelos se clasificaban, a priori. las variables endógenas como aquellas que se determinaban dentro del modelo y las variables exógenas eran aquellas variables predeterminadas. Para poder estimar este tipo de modelos se tenía que buscar su identificación (obtener estimaciones de los parámetros estructurales a partir de los parámetros estimados de la forma reducida). Si los modelos, como eran planteados originalmente, no lograban la identificación, se incluían o excluían variables, en muchos casos seleccionadas en forma arbitraria para alcanzarla.

---

[1] Ante el problema del exceso de parámetros en los modelos VAR, como consecuencia de la cantidad de rezagos de las variables incluidas en ellos, surgieron los VAR Bayesianos. En este tipo de modelos se les asignan distribuciones, a priori, a los coeficientes del VAR. Por ejemplo, el primer coeficiente de la variable rezagada puede tener una media inicial de uno y las demás de cero, con una varianza, también determinada a priori, que va disminuyendo a medida que aumenta la longitud de los rezagos.

[2] El método de ecuaciones simultáneas se conoce como enfoque de la Fundación Coweles, que se desarrolló por econometristas de la Universidad de Chicago. El supuesto básico de este enfoque es, que los datos se generan mediante un sistema de ecuaciones simultáneas.

Una de las principales críticas a este tipo de modelos fue la de Robert Lucas (1976). De acuerdo con este autor, los pronósticos que elaboraba la econometría tradicional en ese tiempo, no estaban relacionados con la evaluación cuantitativa de la política; adicionalmente, la simulación con base en ellos no podía, en principio, proporcionar información adicional sobre las consecuencias de políticas económicas diferentes. En este sentido, suponer estabilidad en los coeficientes de los modelos de ecuaciones simultáneas sería igual a suponer que las opiniones de los agentes económicos, sobre el comportamiento del sistema, no se alteraban ante cambios en el comportamiento de las variables exógenas.

Un enfoque alternativo, que prometía la solución a los problemas de modelos de ecuaciones simultáneas, fue el de los Vectores Autorregresivos (VAR) propuestos por Christopher Sims (1980; 1982; 1986). Un VAR con n ecuaciones y n incógnitas es un modelo lineal en el cual cada variable es explicada por sus propios valores rezagados, mas los rezagos del resto de las n-1 variables y por los errores estocásticos que aparecen en cada ecuación. Con este tipo de modelos se trataba de capturar la riqueza dinámica de las series de tiempo y, con el instrumental estadístico del VAR se prometía describir, pronosticar, realizar inferencia estadística y análisis de política. El problema de dividir a priori las variables en endógenas y exógenas, en los modelos de ecuaciones simultáneas, quedaba superado en el VAR porque todas las variables que entraban en éstos eran endógenas. Además, Christopher Sims (1986) propone un nuevo estilo de identificación en sus modelos VAR ya que, según él, las restricciones impuestas en los parámetros de los modelos de ecuaciones simultáneas, para lograr la identificación ecuación por ecuación, no es más que una posibilidad que describe la conducta de la variable dependiente en ella; pero cada ecuación en el sistema representa un equilibrio parcial que puede tener propiedades indeseables en el modelo visto como un todo; de esta forma las implicaciones conductuales de las restricciones de las ecuaciones pueden ser menos razonables que las restricciones de una sola ecuación.

Los antecedentes inmediatos del VAR se deben a las pruebas de causalidad propuestas por Granger en 1969. Las relaciones causales entre las variables se podían probar a través de un modelo lineal, donde las variables eran explicadas por sus propios rezagos, por los rezagos de las otras variables y por los términos de error estocásticos. Este modelo se resume en

$$A_0 X_t = \sum_{j=1}^{m} A_j X_{t-j} + \varepsilon_t \qquad (1)$$

con $E(\varepsilon_t^{'}\varepsilon_s) = I$ si $t = s$ y $E(\varepsilon_t^{'}\varepsilon_s) = 0$ si $t \neq s$ y en donde A_0 y A_j son matrices y ε_t es la parte no explicada del modelo, que se incluye como un vector de variables ruido blanco. Para un modelo de dos variables, las relaciones de causalidad se prueban como sigue

$$x_t = \sum_{j=1}^{m} a_j x_{t-j} + \sum_{j=1}^{m} b_j y_{t-j} + \varepsilon_t'$$

$$y_t = \sum_{j=1}^{m} c_j x_{t-j} + \sum_{j=1}^{m} d_j y_{t-j} + \varepsilon_t''$$

Si $b_j = 0$ para toda j entonces y_t no causa a x_t
Si $c_j = 0$ para toda j entonces x_t no causa a y_t

3. PLANTEAMIENTO CENTRAL DE LOS MODELOS VAR

Generalmente el modelo VAR se presenta mediante la forma reducida, la forma recursiva, la función estímulo respuesta, la descomposición de la varianza y el VAR estructural con el problema de identificación (Hamilton, 1994 y Lütkepohl, 2004).

3.1 LA FORMA REDUCIDA DEL VAR

En el modelo VAR, cada variable se expresa como una función lineal de sus propios valores pasados, de todas las demás variables y de un término de error estocástico. En términos formales el VAR se presenta como

$$B_0 y_t = Z + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \ldots + \beta_p y_{t-p} + e_t \qquad (2)$$

donde B_0 es una matriz de k x k de coeficientes de las variables incluidas en el VAR, Z es un vector de constantes, $B_1, \beta_2, \ldots, \beta_p$ son matrices de coeficientes de los rezagos y e_t es un vector de errores ruido blanco. Además, se supone que sigue un proceso autorregresivo de orden r.

$$e_t = F_1 e_{t-1} + F_2 e_{t-2} + \ldots + F_p e_{t-r} + u_t \qquad (3)$$

Cuando se resuelve el sistema se puede encontrar la forma reducida. Esta forma es

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \ldots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \qquad (4)$$

donde $c = \beta_0^{-1} Z$; $\phi = \beta_0^{-1} \beta\ s$; $\varepsilon_t = \beta_0^{-1} e_t$.

3.2 LA FORMA RECURSIVA DEL VAR

Uno de los planteamientos centrales de la construcción de los modelos VAR es que los términos de error estocástico no deben estar relacionados. De esta manera, se recurre a una trasformación del VAR conocida como descomposición Cholesky, con la cual se logra la independencia de los errores estocásticos y se halla la forma recursiva del VAR. Para encontrar esta forma, se modifica ligeramente la presentación del VAR dada en la ecuación (2) de la siguiente manera

$$y_t = \gamma_0 + \psi_1 y_{t-1} + \psi_2 y_{t-2} + \ldots + \psi_p y_{t-p} + e_t \tag{5}$$

donde y_t es un vector de n x 1 variables endógenas que se regresionan contra sus p rezagos; $e_t \approx N(0, D)$ y D es la matriz de varianzas y covarianzas de los errores.

La correspondiente representación media móvil infinita de ese VAR para la variable y_t estacionaria es

$$y_t = \Pi(L)\gamma + \Pi(L)e_t \tag{6}$$

donde $\Pi(L) = (I_n - \psi L)^{-1}$ y L es el operador retraso.

Para evitar que los errores en el VAR estén autocorrelacionados, se utiliza la estructura recursiva estándar para estimar la forma reducida del modelo expresado en la ecuación (6). Note que esta forma reducida del VAR es igual a la expresada en (4), pero aquella está en términos de los rezagos de las variables y_t mientras que la (6) está en la representación MA infinita.

La descomposición Cholesky proporciona la forma recursiva del modelo y garantiza que los errores sean independientes u ortogonales entre ellos. Esta descomposición consiste en introducir como regresores los valores contemporáneos de la variable dependiente o del error estocástico de la ecuación precedente en forma sucesiva. Un ejemplo de la forma recursiva de un VAR de tres variables con un rezago de cada una de ellas es

$$y_{1t} = \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \beta_3 y_{t-3} + e_{1t}$$

$$y_{2t} = \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \beta_3 y_{t-3} + \alpha_1 y_{1t} + e_{2t}$$

$$y_{3t} = \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \beta_3 y_{t-3} + \alpha_1 y_{1t} + \alpha_2 y_{2t} + e_{3t}$$

3.3 LA FUNCIÓN ESTÍMULO RESPUESTA Y LA DESCOMPOSICIÓN DE LA VARIANZA

Con la descomposición Cholesky la matriz de varianzas y covarianzas de los errores entra multiplicando el lado derecho de la ecuación (6) y, dado que D es simétrica y positiva definida, se puede factorizar en PP' tal que P es una matriz diagonal inferior. Al tomar en cuenta la factorización de D, la forma reducida dada en la ecuación (6) se puede expresar como

$$y_t = \Pi(L)PP^{-1}B + \Pi(L)PP^{-1}e_t \tag{7}$$

$$y_t = \mu + C(L)\varepsilon_t \tag{8}$$

donde $C(L) = \Pi(L)P$, $\varepsilon_t = P^{-1}e_t$, μ es una constante y $\varepsilon_t \approx N(0, I_n)$.

La ecuación (8) se conoce como la función estímulo respuesta. Esta función mide el impacto de las innovaciones de cada variable sobre las variables endógenas y_t. Los elementos $C_{ij,k}$ de la matriz C_k representan el cambio en la variable y_{it}, como consecuencia de un cambio inesperado (*shock*) en la innovación ε_t de la variable *j*, en *k* periodos en el tiempo.[3]

Por otro lado, la descomposición de la varianza $W_{ij,k}$ mide el porcentaje de variación en la varianza del error de pronóstico de $y_{it+k/t}$, atribuida al choque ortogonal de ε_{it}[4] que se obtiene mediante el cuadrado de las expectativas del error de pronóstico

[3] Otra interpretación que también se le da a cada coeficiente de la función estímulo respuesta es el cambio en la variable y_{t+s} como consecuencia de un cambio inesperado (*shock*) de una unidad en la innovación ε_{jt}, manteniendo todo lo demás constante $\left(\dfrac{\partial y_{t+s}}{\partial \varepsilon_{jt}}\right)$.

[4] También, la descomposición de la varianza se interpreta como la contribución relativa de cada innovación en el error de pronóstico de cada variable en el VAR, o como el porcentaje en que se modifica cada variable ante cambios inesperados en el resto de las variables.

$$y_{1t+k} - y_{it+k/t} = \sum_{j=1}^{N} \sum_{l=0}^{k-1} C_{ij}, \varepsilon_{jt-l} \tag{9}$$

donde $C_{ij,k}$ son los elementos de la matriz C_k encontrados en la función estímulo respuesta, y ε_{it} son las innovaciones ortogonales de cada variable. El estimador de la descomposición de la varianza viene dado por

$$W_{ij,k} = \frac{\sum_{l=0}^{K-1} C_{ij,1}^2}{\sum_{j=1}^{n} \sum_{l=0}^{K-1} C_{ij,1}^2} \tag{10}$$

La descomposición total de la varianza de $y_{it+k/t}$ se encuentra por la suma de cada coeficiente $W_{ij,k}$ $(W = \sum W_{ij,k})$ a k etapas.

3.4 LA FORMA ESTRUCTURAL DEL VAR

Los vectores autorregresivos se presentan como una descripción estadística de las relaciones dinámicas entre las variables contenidas en el vector y_t. Esta descripción no toma en cuenta las ideas teóricas y causales acerca de cómo se esperan esas relaciones. Pero se pueden asociar los modelos econométricos basados en la teoría económica (conocidos como modelos estructurales) con los modelos VAR. De esta combinación surgen los modelos VAR estructurales.

El modelo VAR estructural se puede expresar, primero como en la ecuación (2) o bien en la forma reducida, como en la ecuación (4). Observe la importancia de conocer cual es la matriz B_0; un sencillo ejemplo, obtenido de la teoría económica, aclarará esto. Se supone que la demanda de dinero depende negativamente de la tasa de interés y positivamente del producto. La especificación del modelo econométrico que generalmente se usa para medir las tenencias de dinero es

$$m_t - p_t = \beta_0 + \beta_1 y_t + \beta_2 i_t + \beta_3 (m_{t-1} - p_{t-1}) + v_t$$

donde m_t, p_t, y_t e i_t son la diferencia de los logaritmos del balance de dinero, de los pecios, del producto y el cambio de la tasa de interés, respectivamente, y v_t el resto de factores que influyen en la demanda de dinero. Por la naturaleza dinámica de la especificación de los VAR, v_t se supone presenta autocorrelación serial de primer orden $(v_t^D = \rho v_{t-1}^D + u_t^D)$ y u_t es ruido blanco.

La especificación de un VAR estructural de la demanda de dinero podría ser, para el primer vector

$$\begin{aligned} m_t = {} & \gamma_1 + \beta_{12}^{(0)} p_t + \beta_{13}^{(0)} y_t + \beta_{14}^{(0)} i_t \\ & + \beta_{11}^{(1)} m_{t-1} + \beta_{12}^{(1)} p_{t-1} + \beta_{13}^{(1)} y_{t-1} + \beta_{14}^{(1)} i_{t-1} \\ & + \beta_{11}^{(2)} m_{t-2} + \beta_{12}^{(2)} p_{t-2} + \beta_{13}^{(2)} y_{t-2} + \beta_{14}^{(2)} i_{t-2} + \dots \\ & + \beta_{11}^{(p)} m_{t-p} + \beta_{12}^{(p)} p_{t-p} + \beta_{13}^{(p)} y_{t-p} + \beta_{14}^{(p)} i_{t-p} + u_t^D \end{aligned}$$

Para el segundo vector

$$\begin{aligned} p_t = {} & \gamma_2 + \beta_{21}^{(0)} m_t + \beta_{23}^{(0)} y_t + \beta_{24}^{(0)} i_t \\ & + \beta_{21}^{(1)} m_{t-1} + \beta_{22}^{(1)} p_{t-1} + \beta_{23}^{(1)} y_{t-1} + \beta_{24}^{(1)} i_{t-1} \\ & + \beta_{21}^{(2)} m_{t-2} + \beta_{22}^{(2)} p_{t-2} + \beta_{23}^{(2)} y_{t-2} + \beta_{24}^{(2)} i_{t-2} + \dots \\ & + \beta_{21}^{(p)} m_{t-p} + \beta_{22}^{(p)} p_{t-p} + \beta_{23}^{(p)} y_{t-p} + \beta_{24}^{(p)} i_{t-p} + u_t^P \end{aligned}$$

y dos vectores más, uno para el producto y otro para la tasa de interés.

El primer vector autorregresivo plantea que, la tasa de variación de la demanda de dinero depende de la tasa de variación de los precios, del producto y de la inversión, de los rezagos de estas variables, de sus propios rezagos y del término de error. A su vez, el segundo vector expresa que el nivel de precios depende de los valores corrientes de la demanda nominal de dinero, del producto, de la tasa de interés, de los rezagos de estas variables, de sus propios rezagos y del error estocástico.

Si las variables en el tiempo t, pasan del lado izquierdo del sistema VAR se tiene que B_0 sería

$$B_0 = \begin{bmatrix} 1 & -\beta_{12}^{(0)} & -\beta_{13}^{(0)} & -\beta_{14}^{(0)} \\ -\beta_{21}^{(0)} & 1 & -\beta_{23}^{(0)} & -\beta_{24}^{(0)} \\ -\beta_{31}^{(0)} & -\beta_{32}^{(0)} & 1 & -\beta_{33}^{(0)} \\ -\beta_{41}^{(0)} & -\beta_{42}^{(0)} & -\beta_{43}^{(0)} & 1 \end{bmatrix}$$

Una de las condiciones centrales de los modelos VAR es que los errores contemporáneos deben ser ortogonales. Para lograr esto se plantea la descomposición Cholesky o la forma recursiva del VAR estructural sobre los errores, de tal manera que $v_t = \beta_0 \varepsilon_t = A^{-1}\varepsilon_t$, donde A^{-1} es la inversa de una matriz triangular inferior que se puede deducir de B_0.

Para que B_0 tenga la forma de una matriz triangular inferior la diagonal principal debe estar compuesta por valores de uno, arriba de la diagonal principal por ceros y debajo de la diagonal principal por elementos diferentes de cero. De esta forma, B_0 del ejemplo debe ser

$$B_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\beta_{21}^{(0)} & 1 & 0 & 0 \\ -\beta_{31}^{(0)} & -\beta_{32}^{(0)} & 1 & 0 \\ -\beta_{41}^{(0)} & -\beta_{42}^{(0)} & -\beta_{43}^{(0)} & 1 \end{bmatrix}$$

Imponer restricciones sobre la matriz B_0, para cumplir con la condición de independencia entre los errores, tiene implicaciones económicas fuertes. La forma del primer renglón de la matriz implica que la tasa de variación de la demanda de dinero no depende de la tasa de variación de los precios, del producto y del cambio en la tasa de interés. El segundo renglón determina que la tasa de variación de los precios depende de la tasa de variación de la demanda de dinero. El tercer renglón plantea que la tasa de variación del producto depende de la tasa de variación de la demanda de dinero y de los precios. El cuarto renglón determina que el cambio en la tasa de interés depende de la tasa de variación de la demanda de dinero, de los precios y del producto. Además, si se cambia el ordenamiento de las variables en el VAR, cambian totalmente las relaciones de causalidad entre las variables y los resultados del VAR.

3.5 LA IDENTIFICACIÓN DEL VAR ESTRUCTURAL

El VAR estructural se puede expresar como en la ecuación (2) y en forma compacta se escribe como sigue

$$B_0 y_t = -\Gamma x + e_t \tag{11}$$

donde Γ y x son, respectivamente:

$$-\Gamma_{[n\text{x}(np+1)]} = \left[Z, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_{t-p}\right]$$

y

$$x_{[(np+1)\text{x}1]} = \begin{bmatrix} 1 \\ y_{t-1} \\ y_{t-2} \\ \vdots \\ y_{t-p} \end{bmatrix}$$

Si se supone, además, que los errores aleatorios en las ecuaciones estructurales no están relacionados en forma serial de manera contemporánea, entonces

$$E(e_t e_\Gamma^{'}) = \begin{cases} D \text{ para } t = \Gamma \\ 0 \text{ en otro caso} \end{cases}$$

donde D es la matriz diagonal de varianzas y covarianzas de los errores del VAR estructural, ya vista también en la ecuación (5).

La forma reducida del VAR estructural puede ser escrita como

$$y_t = \Pi^{'} x + \varepsilon_t \tag{12}$$

donde $\Pi^{'} = -\beta_0^{-1}\Gamma$ y $\varepsilon_t = -\beta_0^{-1} e_t$.

Si Ω denota la matriz de varianzas y covarianzas de los errores de la forma reducida, entonces $\Omega = E(\varepsilon_t \varepsilon_t^{'}) = \beta_0^{-1} E(e_t e_t^{'}) \beta_0^{-1} = \beta_0^{-1} D \beta_0^{-1}$. Adicionalmente, si B_0 tiene la forma de una matriz diagonal inferior (se imponen restricciones sobre el modelo estructural dinámico) y D es una matriz diagonal, entonces el modelo estructural está exactamente identificado. Esto implica que B_0^{-1} existe con forma de una matriz triangular inferior. Dado que Ω es una matriz definida positiva, debe existir una única matriz diagonal D con valores positivos a lo largo de la diagonal principal, tal que $\Omega = \beta_0^{-1} D \beta_0^{-1}$. Esto requiere que B_0^{-1} y D tengan una única forma que satisfaga que $E(\varepsilon_t \varepsilon_t^{'}) = \Omega$. Además, como B_0 es no singular, Γ (la matriz de coeficientes del VAR estructural) se puede encontrar como $\Gamma = -\beta_0 \Pi^{'}$ (multiplicando la matriz de coeficientes de la forma reducida por el negativo de la matriz de coeficientes de las variables en el VAR). Así, dados los coeficientes de la matriz de la forma reducida Π y de la matriz Ω, existe un único valor para los parámetros estructurales y para la matriz diagonal D.

Si el modelo VAR está exactamente identificado, la estimación por máxima verosimilitud de las matrices β_0, Γ y D pueden ser obtenidas a través de las condiciones de primer orden para un máximo, mediante la función de verosimilitud con respecto a los parámetros de la forma reducida Π y Ω. Después, se usan estos parámetros para encontrar los parámetros de la forma estructural.

Para identificar un modelo VAR estructural se tiene la condición de orden y rango. La condición de orden establece que los parámetros desconocidos de las matrices B_0 y D no deben ser mayores a los coeficientes de Ω. Si Ω es simétrica debe tener $n(n+1)/2$ valores distintos. Si D es diagonal requiere de n parámetros, esto significa que B_0 no puede tener más de $n(n-1)/2$ parámetros libres. Si la condición de orden no se satisface, el modelo no estaría identificado.

La condición de rango puede caracterizarse suponiendo que hay n_B elementos de B_0 y n_D elementos de D que deben ser estimados. Esta condición puede resumirse en la siguiente expresión

$$J = \left[\left(-2D_n^+\left(\Omega \otimes \beta_0^{-1}\right)S_B\right) \quad \left(D_n^+\left(\beta_0^{-1}\right)\otimes\left(\beta_0^{-1}\right)S_D\right) \right]$$

donde J es una matriz, D_n^+ es una matriz de $n^* \text{x}\, n^2$ $(n^* = n(n+1)/2)$ igual a $\left(D_n' D_n\right)^{-1} D_n'$, S_B es una matriz de orden $n^2 \text{x}\, n_B$ y S_D una matriz de orden $n^2 \text{x}\, n_D$.

La condición de rango para la identificación de un VAR estructural necesita que $(n_B + n_D)$ columnas de la matriz J sean linealmente independientes. Si las columnas de la matriz J son linealmente dependientes, no se pueden distinguir entre los valores de los parámetros de B_0 y de D.

La condición de orden, también se puede deducir de la matriz J. Esta condición requiere que el número de renglones de J $(n^* = n(n+1)/2)$ deba ser igual o menor que el número de columnas.

Un ejemplo para obtener la condición de orden y rango podría ser el modelo de oferta y demanda de un bien donde la cantidad (q) y los precios (p) son variables endógenas y el tiempo es una variable exógena. Como el tiempo no depende de la conducta del mercado, se puede plantear que sólo depende de sus rezagos. Se asume, además, que los errores son independiente e idénticamente distribuidos, por lo que la especificación del modelo podría ser la siguiente

$$
\begin{aligned}
q_t = {} & \beta_{11}^{(1)} p_t + \beta_{12}^{(1)} q_{t-1} + \beta_{13}^{(1)} p_{t-1} + \beta_{14}^{(1)} w_{t-1} \\
& + \beta_{11}^{(2)} q_{t-2} + \beta_{12}^{(2)} p_{t-2} + \beta_{13}^{(2)} w_{t-2} + \dots \\
& + \beta_{11}^{(p)} q_{t-p} + \beta_{12}^{(p)} p_{t-p} + \beta_{13}^{(p)} w_{t-p} + u_t^d
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
q_t = {} & \gamma p_t + h w_t + \beta_{21}^{(1)} q_{t-1} + \beta_{22}^{(1)} p_{t-1} + \beta_{23}^{(1)} w_{t-1} \\
& + \beta_{21}^{(2)} q_{t-2} + \beta_{22}^{(2)} p_{t-2} + \beta_{23}^{(2)} w_{t-2} + \dots \\
& + \beta_{21}^{(p)} q_{t-p} + \beta_{22}^{(p)} p_{t-p} + \beta_{23}^{(p)} w_{t-p} + u_t^s
\end{aligned}
$$

$$
w_t = \beta_{33}^{(1)} w_{t-1} + \beta_{33}^{(2)} w_{t-2} + \dots + \beta_{33}^{(p)} w_{t-p} + u_t^w
$$

Se supone que los errores $\left(u_t^d,\ u_t^s,\ u_t^w\right)$ son ruido blanco, con matriz de varianza covarianza dada por D. En este VAR estructural B_0 y D son

$$
B_0 = \begin{bmatrix} 1 & -\beta & 0 \\ 1 & -\gamma & -h \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{21} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{31} \end{bmatrix}
$$

En este ejemplo $n = 3$ y la matriz B_0 tiene 3(3-1)/2 = 3 parámetros libres, que es menor a $n(n+1)/2$ (3(3+1)/2) = 6, por tanto satisface la condición de orden.

Las matrices S_B y S_D, para el ejemplo, son de orden 9 x 3, respectivamente:

$$S_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad S_D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Como se puede observar, conociendo a S_B y S_D se puede deducir que las columnas de la matriz J son linealmente dependientes, por lo que la condición de rango no se cumple.

4. CRÍTICAS A LOS MODELOS VAR

La metodología VAR ha sido fuertemente criticada por diferentes investigadores. Las principales objeciones se centran en la inferencia estadística y en el análisis de política que se realizan con los VAR estructurales. Pero además, también se suman argumentos en contra de muchos otros elementos que forman parte de la metodología. Algunas de estas críticas se exponen en los siguientes párrafos.

El número de coeficientes en el VAR forman parte de una de las críticas a esta clase de modelos.

James Stock y Mark Watson (2007) mencionan que, el número de coeficientes en cada ecuación VAR es proporcional al número de variables incluidas en el modelo. Por ejemplo, un VAR de 9 variables con 4 rezagos contiene 333 coeficientes, incluyendo el intercepto (9 x 4 = 36 y 36 x 9 = 324 mas 9 constantes, o bien 9 x 9 =81 x 4 = 324 mas 9 constantes). Según los autores, estimar todos estos coeficientes incrementa el error, el cual puede deteriorar el pronóstico. La implicación práctica de este problema, es que se tenga que trabajar con VAR de baja dimensión y realizar pruebas de causalidad de antemano, para saber si entre ellas aportan explicación para el pronóstico o bien para imponer fuertes restricciones sobre los coeficientes.

Otra crítica se encuentra en el tamaño de los intervalos de confianza en dos de las principales funciones del VAR.

David Runkle (1997), estima un VAR irrestricto para observar si éste puede ayudar a entender la relación existente entre dinero, precios, producto y tasa de interés. Para ello reestima el VAR que calculó Sims (1980), utilizando datos trimestrales del mismo periodo. Los resultados de las estimaciones sugieren que, los intervalos de confianza del 95% crecen rápidamente en la función estímulo respuesta y en la descomposición de la varianza. El problema de crecimiento en los intervalos de confianza de un VAR irrestricto, hace difícil obtener conclusiones robustas acerca de las interrelaciones de la tasa de interés, dinero, precios y producto. Bajo estas circunstancias, hacer inferencia estadística sobre los resultados de estas dos funciones resulta riesgoso.

Llevar a cabo inferencia estadística y análisis de política con VAR estructurales, se encuentra dentro de los puntos que mayor objeción recibe.

James Stock y Mark Watson (2001), argumentan que los modelos VAR han demostrado ser útiles para describir y pronosticar los datos, sin embargo, en inferencia estructural y en análisis de política es más difícil afirmar que los VAR hayan dado resultado. Según los autores, para identificar un VAR estructural muchas de las relaciones causales extraídas de la teoría económica se dejan de lado con el fin de lograr que los errores no estén correlacionados.

La identificación del VAR, por tanto, no puede ser resuelta con puros instrumentos estadísticos, se requiere de la teoría económica y del conocimiento institucional[5] para poder realizar inferencia estadística y análisis de política con este tipo de modelos. Para estos autores los VAR son aceptados como herramienta para describir datos. Dada su estructura dinámica, éstos capturan los comovimientos de las variables que no pueden ser captados por modelos bivariantes o multivariantes. Las pruebas de causalidad, la función estímulo respuesta y la descomposición de la varianza capturan estos comovimientos, por ello se les consideran las estadísticas resumen de los VAR estándar.

Aunque los pronósticos de los VAR irrestrictos son aceptados, los pronósticos de los VAR estructurales son rechazados severamente.

Stephen K. McNees (1986), determina que la modelística del enfoque VAR proporciona pronósticos exactos de las variables, mientras que estos modelos no estén planteados explícitamente, desde un punto de vista teórico, en cuanto a la forma en que trabaja una economía pero, cuando se trabaja con VAR condicionales, se tienen que imponer restricciones para lograr la identificación del modelo, las cuales no reflejan las relaciones causales que existen entre las variables económicas, por lo que el pronóstico realizado con este tipo de modelos es inútil para hacer inferencia estadística.

James Stock y Mark Watson (1996), muestran que los pronósticos con modelos VAR, con los cuales trabajan los macroeconomistas para hacer inferencia estadística, son inestables. Ellos trabajan con 76 variables con frecuencia mensual, de enero de 1959 a diciembre de 1993 (420 observaciones), dentro de las cuales se encuentran agregados económicos, indicadores monetarios, tasas de interés, precios de activos, expectativas de consumo, producción industrial, renta personal, inventarios, etc. Los pronósticos de los modelos VAR son estimados con modelos que exhiben diferentes grados de ajuste: no ajustados (modelos de coeficientes fijos); modelos de ajuste

[5] Como la función estímulo respuesta mide los efectos inesperados de una variable sobre otra, si se está analizando, por ejemplo, el efecto de la política monetaria sobre el desempleo y la inflación, se necesita conocer con detalle la regla de política monetaria, ya que ésta se refleja en tal función.

moderado (mínimos cuadrados recursivos y de caminata aleatoria con parámetros que varían en el tiempo); modelos de alto ajuste (modelos con coeficientes de gran evolución). Para el análisis de estabilidad se usan pruebas de coeficientes aleatorios, pruebas basadas sobre el error acumulativo de pronóstico (pruebas CUSUM) y pruebas de rompimiento en un punto. Aunque los vectores autorregresivos son de baja dimensión (de entre 5 a 12 variables) con 1, 3 y 6 rezagos, los autores concluyen que, la inestabilidad del pronóstico se puede inferir a un modelo VAR de alta dimensión. Por esta razón, concluyen los autores, hay que tener cautela con la inferencia estadística basada en los pronósticos realizados con VAR estructurales.

Otra crítica se centra en la inclusión de restricciones en los VAR estructurales. Según los investigadores, la introducción de restricciones en el VAR estructural con el fin de lograr su identificación, son difíciles de sostener.

James Hamilton (1994) argumenta que, si en el modelo VAR estructural se imponen restricciones sobre las relaciones dinámicas, se tienen que probar estas restricciones antes de hacer inferencia. Además, se debe reconocer que los supuestos para identificar los VAR estructurales son complejos y no siempre son creíbles para identificar relaciones causales.

Stephen Hall (1995), sostiene que el VAR como instrumento de política tiene la desventaja del problema de la identificación, porque se necesita la capacidad de identificar los *shocks* estructurales en el sistema mediante una serie de restricciones de identificación, mismos que elevan el grado de complejidad del modelo. La ortogonalización triangular, planteada para eliminar la correlación serial entre los errores, altera el orden de las relaciones causales y esto tiene consecuencias para las implicaciones políticas del modelo. Este problema se complica cuando las variables no son estacionarias y están cointegradas. Una segunda crítica se centra en los VAR Bayesianos. A este tipo de modelos, se les imponen restricciones con una fundamentación menor que las restricciones de identificación de los modelos estructurales originales, por lo que se parte de una teoría y se termina planteando modelos sin teoría, lo cual sesga el resultado del pronóstico para hacer inferencia y análisis de política.

Finalmente, la mala especificación de los modelos VAR por omisión de variables relevantes se encuentra como una objeción más en las investigaciones sobre el tema.

Stephen K. McNees (1986), argumenta que el trabajo con VAR pequeños o de baja dimensión, y con restricciones teóricas impuestas para lograr la identificación, genera el problema potencial de excluir variables relevantes en el modelo.

James Stock y Mark Watson (2001), sostienen que el VAR puede presentar mala especificación por variables omitidas. Muchos factores que explican las variables se dejan fuera del modelo VAR y entran en el término de error (como todo lo demás que explica a la variable). Estos factores pueden estar correlacionados con las variables incluidas, creando problemas de sesgo por omisión de variables. En este caso, la inferencia que se pueda obtener de la función estímulo respuesta será errónea. El ejemplo que estos autores presentan se desarrolla con base en la determinación del grupo de tasas de interés de la Reserva Federal de Estados Unidos: la mayoría de los investigadores suponen que éstas se determinan mediante la regla de Taylor o alguna otra regla de coeficientes fijos que incluye pocas variables, mientras que los oficiales de la Reserva Federal sostienen que ellos toman en cuenta múltiples factores (cualitativos y cuantitativos) para determinarla. Estos factores, cuando se omiten del VAR quedan en el término de error e incorrectamente forman parte de la estimación del *shock* usado en la función estímulo respuesta.

5. CONCLUSIONES

Después de hacer una revisión de la literatura sobre los modelos VAR, se encuentra que las principales críticas se centran en: el número excesivo de coeficientes a estimar, dada la cantidad de rezagos de las variables incluidas en los modelos; la mala especificación por variables omitidas; la inestabilidad de los coeficientes en los modelos VAR de baja y de alta dimensión; el gran tamaño de los intervalos de confianza en la función estímulo respuesta y en la descomposición de la varianza; la inclusión de restricciones para evitar la autocorrelación entre los errores y para lograr la identificación en los modelos VAR estructurales.

De esta manera, las críticas a los modelos VAR van desde las más simples, como el exceso del número de coeficientes, hasta las profundas, como la imposición de restricciones a los coeficientes para lograr la independencia de los errores y la identificación de los modelos. Todas estas críticas se suman para rechazar el manejo de modelos VAR dirigidos a la inferencia estadística y análisis de política. Sin embargo, no se encuentra objeción sobre los modelos VAR como herramientas poderosas para describir datos y hacer pronósticos de variables sin fines de política.

BIBLIOGRAFÍA

Canova, F. (2001), "Vector Autorregressive Models: Specification, Estimation, Inferencia and Forecasting". *Handbook of Applied Econometrics*, Vol. 1, Malden Massachusetts, M. Hashem Pesaran y Michael R. Wickens, págs. 73-138.

Cochrane, J.H. (1998), "What Do the VARs Mean? Measuring the Output Effects of Monetary Police", *Journal of Monetary Economics*. No. 41, págs. 277-300.

Faust, J. y E.M. Leeper (1997), "When Do long-Run Identifying Restriccions Give Reliable Results?", *Journal of Business and Economic Statistics*, No.15, julio, págs. 345-53.

Granger, C.W.J. (1969), "Investigation causal relation by econometric models and cross-spectral methods", *Econometrica*, vol. 37, No. 3, julio, pp. 425-438.

Granger, C.W.J. (1988), "Some recent developments in a concept of causality", *Journal of Econometrics*. No. 39, págs. 199-211.

Greene, W. (1999), *Análisis Econométrico*. 3ª ed., España, Prentice Hall, págs.1-952.

Guerrero, V. (2003), *Análisis Estadístico de Series de Tiempo Económicas*. 2° ed. México, Thomson, págs.1-392.

Hall, S. (1995), "Macroeconomics and bit more reality". *The Economic Journal*. No.105, julio, págs. 974-988.

Litteman, R.B. (1986), "Forecasting With Bayesian Vector. Autorregressions. Five Years of Experience". *Journal of Business and Economic Statistics*, No. 4, enero, págs. 25-38.

Loría, E. (2007), *Econometría con aplicaciones*, México, Pearson Educación, págs. 1-331.

Lucas, R.E. (1976), "Economic Policy Evaluation: A Critique", *Journal of Monetary Economics*. No. 1, febrero, pp. 19-46.

Lütkepohl, H. (2004), *Applied Time Series Econometrics*. Cambriage, England Cambriage University Press, págs. 1-722.

Hamilton, J.D. (1994), *Time Series Analysis*, United Kingdom, Princeton, págs.1-800.

Nuñez, R. (2007), *Introducción a la Econometría. Enfoques Tradicional y Contemporáneos*, México D. F., Trillas, págs. 5-339.

Sims, Ch. (1980), "Macroeconomics and Reality", *Econometrica*, Vol. 48, No. 1, pp. 1-48.

Sims, Ch. (1982), "Policy Analysis with Econometrics Models". *Brookings Papers on Ecomomic Activity*, No. 1, págs. 107-52.

Sims, Ch. (1986), "Are Forecasting Models Usuable for Policy Analysis?", *Federal Reserve of Minneapolis Quarterly Review*. Vol. 10, No. 1, págs. 2-16.

Sims, Ch. (1988), "Models and Their Uses". *American Journal of Agricultural Economics*, Vol. 1, No.10 págs. 2-16.

Sims, Ch. y T. Zha (1997), *Bayesian Methods for Dynamic Multivariante Models*, Department of Economics Yale University and Federal Reserve of Atlanta, Julio.

Sims, Ch. y T. Zha (1999), "Error Bans for Impulse Responses". *Econometrica*, Vol. 67, No. 5, septiembre, págs. 1113-115.

Sims, Ch. (2006), *Making Macro Models Behave Reasonably*. Department of Economics Yale University, noviembre.

Stock, J.H. y M.W. Watson (2001), "Vector Autoregressions". *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 15, No. 4, págs. 101-115.

Stock, J.H. y M.W. Watson (2007), *Introduction to Econometrics*. 2° ed. Estados Unidos de América, Pearson, págs. 4-795.

Wright, J. (2000), "Confidence Intervals for Univariante Impulse Responses with a Near Unit Root". *Journal of Business and Economic Statistics*, No. 18, Julio págs. 368-373.